

Integrální počet

1. Vypočítejte hodnotu určitého integrálu

$$\int_{-2}^0 \frac{u^2 - 2u}{(u-1)^2(u^2+4)} du$$

2. Vypočítejte hodnotu určitého integrálu

$$\int_0^1 \frac{1 + \sqrt[4]{t}}{1 + \sqrt{t}} dt.$$

3. **Načrtněte plochu** ohraničenou parametricky zadanou křivkou

$$x(t) = 2t^2, y(t) = 3t - t^3, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Vypočítejte její **obsah**.

4. Jaký **objem** bude mít těleso, které vznikne rotací plochy ohraničené grafem funkce

$$y = \sin^2 x, \quad x \in \langle 0, \pi \rangle,$$

kolem osy x ?

Funkce dvou proměnných

5. Nalezněte definiční obor funkce

$$F(x, y) = \frac{x}{\sqrt{1-x-y}},$$

vypočítejte všechny druhé parciální derivace F'_{xx} , F'_{xy} , F'_{yy} a jejich hodnotu v bodě $B = [\frac{1}{2}, 0]$.

6. Určete definiční obor funkce

$$z(x, y) = \sqrt{x - \sqrt{y}}.$$

Vypočítejte rovnici **tečné roviny** a **normály** ke grafu funkce $z(x, y)$ v bodě $T = [5, 1, ?]$.

7. Nalezněte všechny **lokální extrémy** funkce $F(x, y) = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$.

Diferenciální rovnice

8. Nalezněte **obecné řešení** obyčejné diferenciální rovnice 1. řádu

$$y'(x) - \frac{2x-1}{x^2}y(x) = \frac{2-x}{x}.$$

Napište rovnici **integrální křivky**, která vyhovuje počáteční podmínce $y(1) = 2$.

9. Vyřešte diferenciální rovnici $y'' - 4y' + 5y = 2xe^{2x}$.

10. Vyřešte diferenciální rovnici $y'' - 6y' + 9y = 6\sin(3x)$ s počátečními podmínkami $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.