

Integrální počet

1. Vypočítejte hodnotu určitého integrálu

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{u+2}{u(u^2+1)} du.$$

2. Vypočítejte hodnotu určitého integrálu

$$\int_0^5 \frac{\sqrt{t+4}}{t+3} dt.$$

3. Načrtněte plochu ohraničenou křivkami

$$x - y^2 + 1 = 0, \quad x - y - 1 = 0.$$

Vypočítejte její obsah.

4. Jaký **objem** bude mít těleso, které vznikne rotací plochy ohraničené parametricky zadanou křivkou (tzv. cykloidou)

$$x(t) = 2(t - \sin t), \quad y(t) = 2(1 - \cos t), \quad t \in \langle 0, 2\pi \rangle,$$

kolem osy x ?

Funkce dvou proměnných

5. Nalezněte definiční obor funkce

$$F(x, y) = \sqrt{x} \cdot \arcsin\left(\frac{x}{y}\right),$$

vypočítejte první parciální derivace F'_x, F'_y a jejich hodnotu v bodě $B = [1, \sqrt{2}]$.

6. Určete definiční obor funkce

$$z(x, y) = x \cdot \ln\left(\frac{y}{x}\right).$$

Vypočítejte rovnici **tečné roviny** a **normály** ke grafu funkce $z(x, y)$ v bodě $T = [1, 2, ?]$.

7. Nalezněte všechny **lokální extrémy** funkce $F(x, y) = 4x^3 - xy^2 + 5x^2 + \frac{2}{3}y^2$.

Diferenciální rovnice

8. Nalezněte **obecné řešení** lineární diferenciální rovnice

$$y'(x) + \frac{y(x)}{x+1} = e^{2x}.$$

Napište rovnici **integrální křivky**, která vyhovuje počáteční podmínce $y(0) = 1$.

9. Vyřešte diferenciální rovnici $y'' + 4y = 6x \sin(x)$.

10. Vyřešte diferenciální rovnici $y'' + 3y' = 5x^2 - 4$.