

Písemná zkouška z Matematiky II

verze D233a

1. Integrujte

$$\int_0^1 (v-1) \cdot e^{-v} dv, \quad \int_1^2 \frac{4}{x^2-4x} dx.$$

8 b.

2. Načrtněte plochu ohraničenou křivkami

$$y = 1 + \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right), \quad x = 0 \quad \text{a osou } x$$

a vypočítejte **objem** tělesa, které vznikne rotací této plochy kolem osy x .

10 b.

3. Určete a graficky znázorněte **definiční obor** funkce

$$z(x, y) = x \cdot \arcsin\left(\frac{y^2 - x}{y}\right).$$

Vypočítejte dále její první **parciální derivace** z'_x, z'_y .

12 b.

4. Nalezněte všechny **lokální extrém**y funkce

$$z(x, y) = 3x^2 - 6xy + y^3.$$

10 b.

5. Nalezněte **obecné řešení** diferenciální rovnice

$$y' = \frac{y}{x} + \cot \frac{y}{x}.$$

10 b.

6. Nalezněte **rovnici integrální křivky** lineární diferenciální rovnice 2. řádu

$$y'' + y' - 6y = 0$$

dané počátečními podmínkami $y(0) = 0, y'(0) = 5$.

10 b.