

Písemná zkouška z Matematiky I

verze D115C

1. Vypočítejte **první a druhou derivaci** funkcí:
a) $y = \ln(\tan^2 x)$, b) $y = e^{\sin x - \cos x}$. 8 b.
2. Nalezněte intervaly na nichž je funkce $f: y = 2 - \frac{4}{5} \cdot \tan(2x - \frac{\pi}{2})$ **klesající**. Dále spočítejte předpis **inverzní funkce** f^{-1} a určete její definiční obor a obor hodnot. 12 b.
3. Metodami diferenciálního počtu rozhodněte, má-li funkce $y = x^4 - 2x^3 - 12x^2 - 5x + 7$ **inflexní body**. Dále nalezněte intervaly, na kterých je **konvexní** (resp. **konkávní**). 10 b.
4. Určete **hodnost** matice
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$
 8 b.
5. Vyřešte **maticovou rovnici** $X \cdot B = C$, kde
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -4 & -5 & 6 \\ -3 & -3 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$
 10 b.
6. V Euklidovském prostoru E_3 rozhodněte o **vzájemné poloze** **přímek** p : AB a q : $X = C + s \cdot v$, kde $A = [8; 4; 0]$, $B = [4; 12; -12]$, $C = [3; 1; -2]$ a $v = (3; -6; 9)$. Napište souřadnice případných **společných bodů** a spočítejte **odchylku** směrových vektorů **přímek** p a q . 12 b.